

Застосування методів математичної статистики до перевірки методики формування психологічної готовності курсантів-льотчиків до льотної діяльності

Ігнатенко Д. Р.

науковий керівник: Горідько Р.В.,
Факультет транспортних технологій,
Національний авіаційний університет,
Київ, Україна
igndaria@gmail.com

Анотація — Робота присвячена розгляду проблеми психологічної готовності майбутніх військових льотчиків у ВПС ЗСУ до льотної діяльності. В роботі проаналізовано дані експериментальної групи після проходження нової методики навчання курсантів-льотчиків та зроблено порівняння з даними контрольних груп. На основі методів математичної статистики визначено коефіцієнт кореляції, який показав вплив вдосконаленої методики на формування психологічної готовності курсантів до льотної діяльності.

Ключові слова — психологічна готовність, експериментальна методика, коефіцієнт кореляції, гіпотеза дослідження.

I. ВСТУП

В наш час виникає необхідність дослідження низки психолого-педагогічних проблем підготовки військових фахівців, серед яких важливе місце займає проблема формування психологічної готовності курсантів до майбутньої льотної діяльності. Така необхідність зумовлена: надзвичайним зростанням ролі людського фактора в сучасних війнах і специфічними вимогами до професії військового льотчика; застосуванням принципово нових форм і методів воєнної боротьби для досягнення політичних цілей на геополітичному рівні. Саме недостатня психологічна готовність до керування технічними системами літака у різноманітних умовах польоту, призводить до низької професійної надійності льотного складу (у 80% випадків).

II. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Аналіз льотної діяльності, яка кваліфікується як операторська діяльність по управлінню надзвичайно складними ергономічними системами, переконує, що сучасні можливості авіаційної техніки обумовлюють необхідність науково обґрунтованого формування особистісних, індивідуально-психологічних, психофізіологічних і фізичних якостей військових льотчиків. Вивчення наукових джерел показало, що існують певні дослідження з проблем підготовки фахівців до

професійної діяльності, зокрема льотчиків. Проте проблема формування психологічної готовності майбутніх військових льотчиків у ВПС ЗСУ до льотної діяльності залишається нерозв'язаною. Актуальність проблеми формування особистості майбутнього військового пілота, потреба суттєвого підвищення рівня теоретичної та тренажерної підготовки курсантів, необхідність їх оптимального переведення у практичну площину в процесі льотної практики у вищому військовому навчальному закладі (ВВНЗ) і на цій основі психологічного загартовування майбутніх військових льотчиків зумовили розгляд даного питання удосконаленням методики навчання та доведення її ефективності методами математичної статистики.

III. ОСНОВНА ЧАСТИНА

У даному експерименті брали участь 38 курсантів-льотчиків, із них – 12 курсантів експериментальної групи (ЕГ), 5 експертів із офіцерського складу, які не менше 5 років керують льотною практикою курсантів.

Особливої уваги в процесі формуючого експерименту надавалося формуванню операційного компонента психологічної готовності. Це пов'язано з тим, що практично-реалізаційний (технологічний) компонент професійної діяльності військового льотчика (згідно з експертним опитуванням) зайняв в ієрархії важливості вищий щабель. Також відгуки експертів про підготовленість молодих офіцерів-льотчиків, результати тренажерної підготовки випускників свідчили про його недостатню сформованість по відношенню до інших компонентів.

Фактором впливу на рівень сформованості психологічної готовності курсантів до льотної діяльності у процесі навчання було обрано експериментальну методику, яка застосовується під час їхньої підготовки. Під її дією вивчалася відмінність результативної ознаки (рівень психологічної готовності до льотної діяльності при розв'язанні квазіпрофесійних завдань).

Розв'язання завдання щодо оцінювання ефективності методики подано у вигляді такого алгоритму: обчислення середнього значення суми балів для кожної групи; визначення загального середнього значення для трьох груп; визначення факторної, загальної і випадкової дисперсій; визначення кореляції, яка показує, як впливає на формування психологічної готовності курсантів до льотної діяльності методика, котра використовується в експерименті (дорівнює 0,68, що за шкалою вимірювання коефіцієнта кореляції означає високий ступінь залежності).

Проведено порівняння ефективності даної методики з традиційним навчанням у ХІ ВПС. Для цього визначено величину нормованих різниць середніх значень для кожної групи. Нами отримані такі дані: $T_1 = 7,49$ (порівнювались ЕГ й перша КГ); $T_2 = 10,18$ (порівнювались ЕГ й друга КГ).

Отримані дані відповідають умові $T > t_{\text{таб}}$, тобто відповідні середні групові значення суттєво відрізняються. Отримані нерівності переконливо свідчать про те, що більш ефективною є методика, за якою відбувається підготовка ЕГ. Результати обчислень свідчать, що курсанти ЕГ показали результати, котрі статистично значимо відрізняються від результатів КГ.

Рівні сформованості психологічної готовності курсантів до льотної діяльності (за результатами експертного оцінювання): ЕГ – високий рівень - 33,3% (перша КГ – 15,3%, друга КГ – 15,3%), середній – 58,3% (53,7% та 46,1% відповідно), низький – 8,4% (30,7% та 38,4% відповідно).

IV. ВИСНОВКИ

За всіма показниками, що досліджувались, курсанти ЕГ мали кращі результати. Вони підтверджують гіпотезу дослідження, реальність даних навчання за методикою формування психологічної готовності курсантів до льотної діяльності засобами тренажерної підготовки, надійність наслідків проведеного дослідження.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Захаров О.Ф., Шалімова І.М., Керницький О.М. Основи авіаційної психології: Навч.-метод. посіб. – Харків: ХІ ВПС, 2004. – 110 с.
- [2] Керницький О.М. Особливості формування психологічної готовності курсантів-льотчиків до льотної діяльності // Проблеми та перспективи формування національної гуманітарно-технічної еліти: Зб. наук. пр. – Х.: НТУ "ХПІ", 2004. – Вип. 3(7). – С. 296-302.

Застосування математичної моделі охолодження Ньютона у практичних задачах

Васильченко Ю.Д.

науковий керівник: Затула Н.І.

Кафедра вищої математики,

Факультет транспортних технологій,

Національний авіаційний університет,

Київ, Україна

yura987654@gmail.com

динаміки температури повітря у приміщенні та вирішенні конкретних практичних задач.

Анотація — розглядається застосування закону охолодження Ньютона та його модифікації для моделювання динаміки температури повітря у приміщенні та вирішенні конкретних практичних задач.

Ключові слова — закон охолодження Ньютона, температура всередині приміщення, температура зовні, швидкість зміни температури.

III. Основна частина

Припустимо, що температура всередині приміщення $\tau = \tau(t)$ – невідома функція часу t . Нехай $T = T(t)$ – температура зовні, тобто задана функція. Стала k має розмірність t^{-1} і залежить від якості будівлі, зокрема від його термоізоляції. У загальному випадку $0 < k < 1$ і нескінченно мала для ідеально ізольованих будинків. Припустимо також, що у приміщенні є радіатор і повітряний кондиціонер. Позначимо через $H(t)$ швидкість збільшення температури всередині приміщення, пов'язану з роботою радіатора, $A(t)$ – швидкість зміни температури, пов'язану з роботою кондиціонера. Припускаючи, що тільки ці фактори впливають на температуру у приміщенні, дістаємо модифікацію закону охолодження Ньютона [1]:

$$\frac{d\tau}{dt} = k(T(t) - \tau) + H(t) + A(t). \quad (2)$$

За умови $A(t) \neq 0$ вважатимемо, що завдяки обігріву приміщення прогрівається із заданою швидкістю $H(t) \geq 0$ та при перевищенні реальної температури $\tau(t)$ критичного значення τ_c кондиціонер охолоджує повітря, в іншому випадку – ні. Тоді $A(t) = l(\tau_c - \tau)$, де $l > 0$ – емпіричний параметр, та рівняння (2) набуває вигляду

$$\frac{d\tau}{dt} = k(T(t) - \tau) + H(t) + l(\tau_c - \tau). \quad (3)$$

IV. Висновки

Використання формул (2), (3) дає можливість робити прогнози щодо зміни температури всередині приміщення протягом певного проміжку часу за умови коливання зовнішньої температури.

Список використаних джерел

- [1] Неймарк Ю.И. Математические методы в естествознании и технике.. – Н.Новгород: Изд-во Нижегород. ун-та, 2004. – 401 с.
- [2] Ньютон Исаак. Математические начала натуральной философии /Пер. с лат. и комментарии А.Н.Крылова, под ред. Л.С.Полака. – М.: 1989, 687 с.
- [3] Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. – М.: Гостехиздат, 1953. – 468 с.

I. Вступ

Явище охолодження (нагрівання) з використанням навколишнього середовища дуже поширене у повсякденному житті. Для охолодження (нагрівання) деякого тіла його можна занурити у певне середовище, температура якого нижче (вище) температури даного тіла. Середовищем може бути навколишнє повітря, велика ємність з холодною водою, розпалена піч тощо. В якості тіла можна розглядати термометр, гарячу металеву пластину, що потребує охолодження, плазму крові, що зберігається при низькій температурі і яка має бути підігріта перед використанням тощо. Якщо знехтувати зміною температури T резервуара при зануренні в нього тіла, тобто вважати $T = \text{const}$ або у більш загальному випадку – $T = T(t)$, тобто функцією часу, а також припустити, що температура τ зануреного тіла у всіх його частинах однакова в кожний момент часу: $\tau = \tau(t)$, то можна скористатися законом охолодження Ньютона [2] для визначення швидкості зміни температури тіла залежно від температури навколишнього середовища.

II. Постановка проблеми

Згідно із законом охолодження Ньютона швидкість зміни τ пропорційна різниці температур $T - \tau$. Математично цей закон можна подати у вигляді звичайного диференціального рівняння першого порядку [3]:

$$\frac{d\tau}{dt} = k(T - \tau), \quad k > 0, \quad (1)$$

де k – стала, що лежить від складу зануреного тіла та властивостей навколишнього середовища.

Закон охолодження Ньютона можна наближено адаптувати до реальних умов, зокрема, при моделюванні

Застосування інтеграла: споживчий і виробничий надлишок

Волощук Д.В.
науковий керівник: Ковтонюк І.Ю.
Кафедра економічної кібернетики,
Факультет економіки і бізнес адміністрування,
Національний авіаційний університет,
Київ, Україна
dasha1voloshchuk@gmail.com

Анотація – робота присвячена дослідженню проблеми реалізації покупцями своїх доходів, які він витрачає на купівлю товару або послуги, у відповідності до реальної вартості товару; обчисленню різниці між ринковою ціною товару та граничними витратами виробництва даного товару.

Ключові слова – попит, пропозиція, рівноважна ціна.

I. ВСТУП

Однією з найбільш фундаментальних економічних моделей є закон пропозиції та попиту на певний товар (молоко, хліб, паливо тощо) або послугу (транспорт, охорона здоров'я, освіта тощо) в умовах вільної ринкової економіки. У цій моделі кількість певного товару, що виробляється та реалізується, описується двома кривими, які називаються кривими попиту та пропозиції конкретного предмета.

Позначимо ціну певного товару через p , а кількість цього товару, яка представлена на ринку через q . Тоді криві пропозиції та попиту мають вигляд:

$$p=S(q), p=D(q) \text{ відповідно (рис.1)}$$

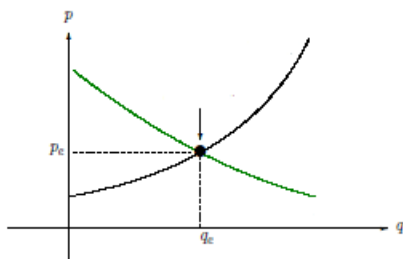


Рис. 1

Функція пропозиції S зростатиме у випадках збільшення ціни, так як виробники більше постачатимуть товару на ринок. Функція попиту D у цьому випадку спадатиме, оскільки за вищої ціни споживачі менше купуватимуть.

Точка перетину (q_e, p_e) кривих попиту та пропозиції називається точкою ринкової рівноваги, числа q_e та p_e – рівноважною кількістю та рівноважною ціною відповідно.

Економічне значення ринкової рівноваги полягає в наступному: поки $p < p_e$, попит на певний товар буде перевищувати його пропозицію, підштовхуючи ціну до рівноважної p_e . У випадку рівноваги кількість товарів, що постачається на ринок, дорівнює тій кількості, що вимагається. І навпаки, якщо ціна перевищує рівноважну, пропозиція товару буде перевищувати попит на нього, тим самим зменшуючи ціну.

II. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

На ринку весь товар реально продають за рівноважною ціною p_e . Деякі споживачі готові купувати частину товару Δq_e за більш високої ціною, ніж рівноважна. Таким чином ця частина покупців виграє в ціні [1]. Таке явище отримало назву надлишку корисності. Метою дослідження є обчислення надлишку корисності, який отримують споживачі, купуючи товар за рівноважною ціною.

III. ОСНОВНА ЧАСТИНА

Обчислимо загальну суму, витрачену споживачами, якщо кожен з них купує певний товар за рівноважною ціною p_e . У цьому випадку кількість товару, що постачається, дорівнює кількості товару, що купується. Тому, загальна витрачена сума становить:

$$p_e \cdot q_e$$

Нехай кількість товару q_e постачається на ринок не одразу, а невеликими партіями. Саме це змушує споживачів купувати його за максимальною ціною, яку вони готові заплатити. В такому випадку загальна сума коштів, витрачена покупцями наближено дорівнює:

$$\int_0^{q_e} D(q) dq$$

Це наближення є більш точним тоді, коли товар постачається меншими партіями.

Різниця між максимальною сумою коштів, яку споживачі готові заплатити за товар, та сумою коштів, сплачену при ринковій рівновазі називається надлишком споживача і дорівнює:

$$\int_0^{q_e} D(q) dq - p_e q_e = \int_0^{q_e} [D(q) - p_e] dq.$$

Аналогічним чином обчислюється так званий надлишок виробника, який є різницею між прибутком виробників при ринковій рівновазі та мінімальним прибутком, за який вони готові постачати товар на ринок:

$$p_{\varepsilon} q_{\varepsilon} - \int_0^{q_{\varepsilon}} S(q) dq = \int_0^{q_{\varepsilon}} [p_{\varepsilon} q_{\varepsilon} - S(q)] dq \quad [1].$$

Розглянемо це на прикладі. Нехай попит на товар представлений функцією $D(q)=900-q$, а пропозиція – $S(q)=q+300$. Знайдемо величину надлишку споживача при покупці даного виду товару та надлишок виробника при продажу цього товару.

Рівноважні значення кількості товару і його ціни знаходимо з рівняння:

$$\begin{aligned} D(q) &= S(q) \\ 900 - q &= q + 300 \\ q_{\varepsilon} &= 300 \\ p_{\varepsilon} &= 600 \end{aligned}$$

Надлишок (виграш) споживача дорівнює:

$$\int_0^{300} (900 - q) dq - 600 \cdot 300 = 270\,000 - 45\,000 - 180\,000 = 45\,000 \text{ грн.}$$

Надлишок (виграш) виробника:

$$600 \cdot 300 - \int_0^{300} (q + 300) dq = 180\,000 - 45\,000 - 90\,000 = 45\,000 \text{ грн.}$$

IV. ВИСНОВКИ

Як бачимо, ринкова рівновага є оптимальним станом як для виробників, так і для споживачів. Використання результатів вищевказаного дослідження, особливо політиками і урядом, допоможе підвищити рівень економічного добробуту в країні; вимірюватиме загальну вигоду, яку отримує споживач або виробник, набуваючи або постачаючи блага.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Колесников А.Н. Краткий курс математики для экономистов. – М., Инфра-М, 2000, с. 170-175.

Застосування математичного апарату в економіці на прикладі визначеного інтеграла

Загородня К.С.

науковий керівник: Шевченко І.В.
кафедра вищої математики
Факультет транспортних технологій
Національний авіаційний університет
Київ, Україна
katrin777498@gmail.com

Анотація — робота присвячена розгляду питання використання математичних методів, зокрема інтегрального числення функції однієї змінної, на практиці розв'язування деяких економічних задач. У роботі розглянуто зв'язок між математикою та економікою, доцільність використання математичного апарату у економічних дослідженнях, практичні аспекти економічного застосування визначеного інтеграла.

Ключові слова — інтеграл, продуктивність праці, загальні витрати, дохід, прибуток, вироблена продукція.

I. ВСТУП

Під час проведення економічного аналізу часто на першому плані виступає математична модель як інструмент дослідження та прогнозу економічних явищ. Пояснити це можна тим, що економічні процеси досить тривалі. Пошук необхідного для теоретичного аналізу статистичного матеріалу часто потребує значного проміжку часу. Саме тому використання математичних методів і моделювання в економіці та управлінні дозволяє поглибити кількісний економічний аналіз, розширити область економічної інформації [1].

На сьогоднішній день існує неперервний зв'язок між економікою та математикою, оскільки процес господарювання супроводжується численними математичними обчисленнями. Причому чим глибше дослідження в області математики, зокрема математичного аналізу, тим точніші дані можна отримати в економічній сфері. Сучасний економіст окрім досконалих знань зі спеціальності, необхідних безпосередньо у практичній економіці та у економічних дослідженнях, повинен ще й вільно володіти кількісними методами аналізу з метою розрахунку та моделювання реальних економічних процесів. Причому він повинен не лише володіти знаннями з відповідних математичних дисциплін, а й уміти правильно застосовувати здобуті знання на практиці.

II. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Серед розділів математики, що широко використовуються для постановки та розв'язування економічних задач, суттєвим є інтегральне числення. Інтеграл – одне з найважливіших понять математики, що виникло у зв'язку з потребою, з однієї сторони відшукувати функції за їхніми похідними, а з іншого боку – вимірювати площі, обсяги, довжини дуг, роботу сил за певний проміжок часу тощо [2]. В економічному напрямку безпосереднє використання інтегралу найбільш поширене у теорії виробництва, теорії споживання, моделі ринку. Відповідно таким чином можна обчислити обсяг та зміну загальних витрат, доходу, прибутку за відомими граничними витратами, доходом, прибутком; обсяг виробленої продукції за відомою продуктивністю праці; суму споживчого активного сальдо; обсяг додаткових витрат, доходу і прибутку [3].

III. ОСНОВНА ЧАСТИНА

Економічний зміст визначеного інтеграла полягає в тому, що він чисельно дорівнює обсягу виробленої підприємством продукції з продуктивністю праці $f = f(t)$ за інтервал часу $[0; T]$, тобто

$$q = \int_0^T f(t) dt.$$

Застосування визначеного інтеграла розглянемо на прикладі деяких задач економічного змісту щодо розрахунків економічних витрат, доходу та прибутку.

Нехай $V(x)$ – функція загальних витрат на виробництво x одиниць продукції, $V'(x)$ – функція маргінальних витрат. Тоді визначений інтеграл

$$\int_a^b V'(x) dx = V(x) \Big|_a^b = V(b) - V(a)$$

дорівнює зміні загальних витрат при зростанні кількості виробленої продукції від a до b одиниць.

Аналогічно, якщо $D'(x)$ – функція маргінального доходу, а $P'(x)$ – функція маргінального прибутку, то зміна доходу та прибутку при зростанні реалізації виробленої продукції від a до b одиниць обчислюється за формулами:

$$\int_a^b D'(x) dx = D(x) \Big|_a^b = D(b) - D(a),$$

$$\int_a^b P'(x) dx = P(x) \Big|_a^b = P(b) - P(a).$$

Основним мотивом і рушійною системою діяльності підприємства або фірми є прибуток. Якщо $V(t)$, $D(t)$, $P(t)$ – загальні витрати, дохід та прибуток відповідно, що змінюються з часом, то прибуток знаходимо за формулою $P(t) = D(t) - V(t)$ або $P'(t) = D'(t) - V'(t)$.

Максимум загального прибутку за час t_1 знаходимо за формулою:

$$P(t) = \int_0^{t_1} P'(t) dt = \int_0^{t_1} [D'(t) - V'(t)] dt.$$

Досягнення економічного прибутку також можна проілюструвати геометрично (згідно з означенням визначеного інтеграла) шляхом порівняння графіків функцій граничного доходу та граничних витрат.

IV. ВИСНОВКИ

Вищенаведені постановки економічних задач дають нам чітке уявлення про значимість застосування визначеного інтеграла до задач економіки. Отже, застосування математичного апарату дозволяє виділити та формально описати математичними співвідношеннями зв'язки між економічними змінними та об'єктами. Такі навички необхідні сучасному економісту, оскільки рівень його професійності залежить від того, чи оволодів він сучасним математичним апаратом, чи вміє користуватися ним під час аналізу складних економічних процесів і під час прийняття оптимальних рішень.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Думанська Т. В. Прикладні задачі економічного змісту у вивченні вищої математики студентами економічних спеціальностей / Т. В. Думанська // Збірник наукових праць. – 2013. - №13. - С. 230-231.
- [2] Скрипник М. Використання визначених інтегралів в економічних розрахунках [Електронний ресурс] / М. Скрипник. - Наука. Освіта. Молодь. – Режим доступу: http://library.udpu.org.ua/library_files/stud_konferenzia/2014/70.pdf
- [3] Рум'янцева К. Використання економіко-математичних моделей під час вивчення дисциплін циклу «Математика для економістів» / К. Рум'янцева, О. Вільчинська // Наукові записки. – Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти. – № 5. – С. 49-53.

Аналіз методів розрахунку місткості складу

Курсенко Ю.А.

науковий керівник: Кудзінювська І.П.

Кафедра вищої математики,
Факультет транспортних технологій,
Національний авіаційний університет,
Київ, Україна
kursenkoyula@gmail.com

Анотація — Роботу присвячено порівняльній характеристиці методів розрахунку потрібної місткості складу на основі різних економіко-математичних моделей зміни складських запасів в залежності від існуючих вантажопотоків. Розглянуто переваги та недоліки кожного методу, визначено найбільш ефективний з економічної точки зору метод, який враховує ймовірнісний характер і випадкові коливання вантажопотоків. Наведено приклад розрахунку ймовірнісного складського запасу двома з розглянутих методів.

Ключові слова — логістика складування, складські запаси, місткість складу, економіко-математична модель, ймовірнісно-статистичні методи, розподіл ймовірностей вантажопотоків та запасів вантажів.

I. Вступ

Складське господарство – один з найважливіших елементів логістичної системи, необхідний на будь-якому етапі руху матеріального потоку від первинного джерела сировини до кінцевого споживача. Переміщення потоків в логістичному ланцюзі неможливе без концентрації в певних місцях необхідних запасів, для зберігання яких і призначені склади [1]. Важливою функцією складів є зберігання продукції з метою вирівнювання тимчасового, кількісного та асортиментного розривів між виробництвом і споживанням продукції, що дає змогу здійснювати безперервне виробництво і постачання на базі створених товарних запасів. За необхідності оренди або будівництва складів виникає проблема визначення їх місткості.

II. Постановка проблеми

Одним з важливих наукових напрямів логістики складування є використання математичних методів для оптимізації економічних процесів і поглибленого аналізу кількісних залежностей між елементами логістичної системи. Із цією метою розробляються й впроваджуються в практику різноманітні економіко-математичні моделі. Під моделлю в цьому випадку розуміють відображення логістичної системи, що може бути використане замість неї для дослідження її властивостей і прогнозування можливих варіантів її поведінки [2]. Тому при виборі моделі необхідно досягти компромісу між точністю відображення реальних закономірностей і процесів та складністю розробки і використання цієї моделі.

Найбільш ефективним з економічної точки зору слід вважати склад, який має мінімальну місткість, тобто потребує найменших капіталовкладень, і, водночас, може забезпечити безперебійну і вчасну обробку вхідних і вихідних вантажопотоків. Тому при проектуванні складу важливим є вибір методу розрахунку обсягів складських запасів, який забезпечить мінімальну місткість складу для даних параметрів наявних вантажопотоків.

III. Основна частина

Розроблені на теперішній час методи розрахунку місткості складу можна поділити на аналітичні та ймовірнісно-статистичні. Ступінь складності моделей збільшується при переході від аналітичних до стохастичних.

Під місткістю складу (E) розуміється кількість вантажу, який одноразово може розміститися на складі в зоні основного зберігання при заданому способі складування. Місткість складу – величина постійна і визначається його розмірами, способами і параметрами складування вантажів. Складські запаси (I) – це загальна кількість вантажів, які можуть перебувати на складі в певний момент часу. Складські запаси є змінною величиною, яка залежить від характеру, параметрів і поєднань вхідних і вихідних вантажопотоків [3].

У даний час найчастіше використовують методи розрахунку, що базуються на нормативних термінах зберігання вантажів. У роботі [4] запропоновано один з найпростіших аналітичних методів визначення місткості складу:

$$E = \frac{Q t_{sp}}{T}, \quad (1)$$

де Q – вантажообіг складу за рік (т.);

t_{sp} – середній термін зберігання вантажів (дн.);

T – кількість днів надходження вантажу (дн.).

Формула (1) проста на перший погляд, але визначення середнього терміну зберігання вантажів на складі викликає труднощі, оскільки у різних видів товарів ці терміни можуть бути різними. Відомі деякі нормативні величини термінів зберігання вантажів на складах різних типів і призначення, але і вони коливаються в значних межах: на

оптових торгових складах – 30-60 діб, на складах роздрібною торгівлі – 9-15 діб, на технологічних складах промислових підприємств – менше доби тощо. Крім того, формула не враховує ймовірні коливання добових вантажопотоків, що може призвести до значного перевищення реально необхідної місткості складу.

У роботі [5] розглянуто модифікації методу визначення місткості складу на основі нормативних термінів зберігання вантажів, які відрізняються урахуванням або не урахуванням коефіцієнта нерівномірності запасів, а також інші аналітичні методи розрахунку місткості складу. Відмічається, що кожен з методів має суттєві недоліки.

На відміну від аналітичних методів, метод, розглянутий у роботі [3], враховує ймовірнісний характер і випадкові коливання вантажопотоків прибуття та відправлення вантажів, а також відображає стохастичний характер зміни складських запасів під дією цих вантажопотоків. Методами математичної статистики визначаються розподіли добових вантажопотоків прибуття і відправки вантажів, на основі яких будується розподіл ймовірностей складських запасів або резерву місткості складу:

$$I = \begin{bmatrix} I_1 & I_2 & \dots & I_{kl} \\ P(I_1) & P(I_2) & \dots & P(I_{kl}) \end{bmatrix}, \quad n = \overline{1, kl},$$

де запаси вантажів ранжовані за зростанням від $I_1 = I_{\min}$ до $I_{kl} = I_{\max}$.

За інтегральною функцією розподілу $F(I_n)$ розраховується місткість складу E , яка дорівнює запасу зберігання вантажів I^* , визначеному з умови, що ймовірність того, що поточний запас вантажів на складі $I \leq I^*$, дорівнює довірчій ймовірності $[P] = 0.95 - 0.97$:

$$E = I^* \{P(I \leq I^*) = [P]\} = I_n + \frac{[P] - F(I_n)}{F(I_{n+1}) - F(I_n)} (I_{n+1} - I_n). \quad (2)$$

За допомогою розглянутих методів розраховано за формулами (1) – (2) місткість деякого умовного складу за даними розподілами прибуття і відправлення вантажів. Зроблено висновок про значне і невиправдане перебільшення результату за аналітичним методом навіть

для невеликих значень середнього терміну зберігання вантажів на складі.

Для визначення розподілу наявних складських запасів можна також застосувати метод імітаційного моделювання складів, який полягає в багаторазовому імітуванні за допомогою комп'ютерних програм прибуття і відправки зі складу транспортних партій вантажів, обсяги і час прибуття та відправки яких підкорюються деяким відомим ймовірнісним законам.

IV. ВИСНОВКИ

У роботі розглянуто різні методи розрахунку місткості складу. Оскільки характер вантажопотоків є нерівномірним і стохастичним, то на практиці доцільно використовувати ймовірнісно-статистичний метод, який враховує ймовірнісний характер і випадкові коливання вантажопотоків прибуття та відправлення вантажів, а також відображає стохастичний характер зміни складських запасів під дією цих вантажопотоків. Цей метод, на відміну від аналітичних методів, дає більш точні результати, що дозволяє суттєво знизити капітальні затрати на будівництво і оснащення складів та майбутні експлуатаційні витрати.

Список використаних джерел

- [4] Семенов Г.А. Эволюция понятия «логистика» / Семенов Г.А., Гири М.Г. Характеристика логистических систем / Г. А. Семенов, М. Г. Гири // *Держава та регіони*. – 2006. – С. 280-289.
- [5] Варфоломеев В. И. Алгоритмическое моделирование элементов экономических систем / В. И. Варфоломеев. – М.: *Финансы и статистика*, 2000. – 203 с.
- [6] Лубенцова В.С. Математические модели и методы в логистике: учеб. пособ. / В.С. Лубенцова. Под ред. В.П. Радченко. – Самара. Самар. гос. техн. ун-т, 2008, – 157 с.
- [7] Логистика: тренинг и практикум: учеб. пособие / Б.А. Аникин, В.М. Вайн, В. В. Водянова [и др.]; под ред. Б. А. Аникина, Т. А. Родкиной. – М.: *Прспект*, 2015. – 448 с.
- [8] Вместимость склада [Электронный ресурс] // *Управление цепями поставок: Энциклопедия*. – 2011. – Режим доступа: <http://ru.scm.gsom.spbu.ru/>.

Математичні методи в дизайні та архітектурі

Логоша Т.В., Аніканова К.Ю.
Науковий керівник: Левковська Т.А.
Кафедра вищої математики,
Факультет транспортних технологій,
Національний авіаційний університет,
Київ, Україна
logo99tania@gmail.com

Анотація. В роботі розглянуті приклади використання математичних методів при формуванні елементів декору архітектурних форм та яку роль відіграють криві й поверхні другого порядку в архітектурі, які завдання вони виконують.

Ключові слова — криві і поверхні другого порядку, троянди Гвідо Гранді, каналова поверхня.

I. ВСТУП

Середовище проживання – це архітектурне середовище, у якому відбувається життя людини. Архітектура утворює форму життя і забезпечує її функцію. Архітектура – це мистецтво та поезія, яка є матеріально зображеною і базується на точних розрахунках.

Ідеологія архітектури – безперервна мінливість, пов'язана як із будівельною технікою, так і з соціально-історичними умовами, вона змінювалася на протязі всієї історії зі стійкою тенденцією до прискорення. Якщо формування стилів Середньовіччя і ренесансу тривало два з половиною століття, то ХХІ століття з його бурхливим сплеском соціальних потрясінь і наступних за ними естетичних революцій внесли стільки концептуальних змін, котрі можна описувати, оперуючи лише десятиліттями.

Архітектура стала високотехнологічним галуззю, яка ламає всі стереотипи й уявлення про те, що таке архітектура. Стійко-балочна система конструкції – ордер (порядок), сформувалася з часів античності та стала на багато століть традицією логічно-раціональних принципів, яка відкинута у минуле. Елементарні поняття: дах, стіна, вікно, прямокутний план – стали архаїзмом для сучасної архітектури. Зароджуються небачені ніколи раніше форми, оболонки, штучної деструктивності, утворені віртуозними конструкціями. Зникає звична матеріальність архітектури.

II. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Що ж дозволяє досягнути обтічних, “космічних” архітектурних конструкцій, але у той же час міцних та таких, що вписуються у навколишнє середовище? Що

лежить в основі каркасів, що ховається за гнучкими скляними покриттями?

На ці та інші питання допомагає дати відповідь математика. У даній роботі розглянемо використання кривих та поверхонь другого порядку в дизайні та архітектурі. Саме вони є основою найбільш хитромудрих елементів декору і дивовижних споруд світу.

III. ОСНОВНА ЧАСТИНА

Криві лінії – це траєкторії об'єктів, що рухаються, обриси інженерних конструкцій, границі та результат перетину поверхонь, графічне зображення різноманітних функціональних залежностей, що характеризують досліджувані процеси та явища. Криві лінії застосовуються при конструюванні форм різноманітних поверхонь, у моделюванні та при розмітці, при побудові діаграм багатокomпонентних систем.

В сучасній архітектурі використовуються поверхні, які імітують природні форми. При цьому ставиться завдання натягування оболонки на плоский або просторовий криволінійний контур, утворений, зокрема, сегментами кінцевих перерізів. Поверхня оболонки може бути побудована за допомогою кривих другого порядку: кола, еліпса, гіперболи, параболи та лінійчатих напрямних поверхонь. Завдяки витонченості та плавності цих кривих ліній другого порядку можна створювати дивовижно витончені та міцні каркасні форми.

Появу математичного дизайну сміливо можна пов'язати з ім'ям італійського ченця Гвідо Гранді (1671-1742). В математиці Гранді відомий його роботою *Flores geometrici* (1728), яка вивчала троянди - криві, які мають форму пелюсток квітки. Рівняння троянди Гвідо Гранді в полярних координатах має вигляд: $\rho = R \sin \omega \varphi$. [3]

Якщо параметр $\omega = n/d$ є відношенням натуральних чисел, то можна отримати замкнуті криві другого порядку, які за певних умов перетворюються в пелюсткові квіти або в ажурні розетки, які можуть служити елементами декору або орнаменту.

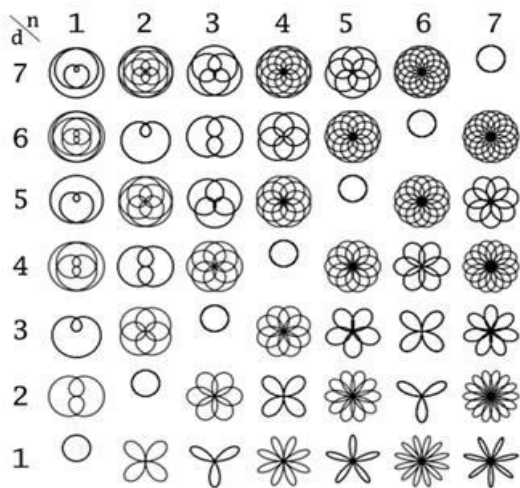


Рис. 1. Троянди Гвідо Гранді

Сучасні інформаційні технології і методи комп'ютерної геометрії дозволяють створювати не тільки плоскі художні графічні форми з використанням тих чи інших математичних алгоритмів, але і об'ємні декоративні елементи на основі універсальних математичних моделей. До однієї з таких моделей може бути віднесена каналова поверхня:

$$\vec{r} = \vec{r}(t) + \rho(t, \varphi) \cos \varphi \vec{n}(t) + \rho(t, \varphi) \sin \varphi \vec{b}(t),$$

де: $\vec{r} = \vec{r}(t)$ - рівняння гладкої напрямної кривої,

$\vec{n}(t)$ та $\vec{b}(t)$ - одиничні вектори нормалі та бінормалі цієї кривої.[1] Одиничні вектори дотичної, нормалі та бінормалі утворюють рухливий ортогональний базис, що переміщується уздовж напрямної кривої. Розглянута модель побудови каналової поверхні використовується при побудові більш складних поверхонь 3D-кольорів. У цих поверхонь напрямної кривої служить гвинтова спіраль, а в нормальних площинах розташовані відомі плоскі криві, параметри яких змінюються по заданому закону.

Поверхні другого порядку: сфера, еліпсоїд, однопорожнинний гіперболоїд, еліптичний та гіперболічний параболоїди частіше використовуються в проектуванні великих архітектурних форм.

Конструкції, які мають форму сфери, полусфери та еліпсоїда монолітні та є легкими спорудами. Рациональність проектних рішень таких архітектурних форм в огорожі внутрішнього простору за максимальної щільності забудови. [2]

Лінійчата конструкція, яка має форму однопорожнинного гіперболоїда, є жорсткою: якщо балки з'єднати шарнірно, гіперболоїдна конструкція все одно зберігатиме власну форму під дією зовнішніх сил. Для високих будівель основну небезпеку несе вітрове навантаження, а у гранчастій конструкції вона незначна. Ці особливості роблять гіперболоїдні конструкції міцними, попри невисоку матеріаломісткість. [2]

Однопорожнинний гіперболоїд і гіперболічний параболоїд – двічі лінійчаті поверхні, тобто через будь-

яку точку такої поверхні можна провести дві прями, що перетинаються, які будуть повністю належати поверхні. Уздовж цих прямих і встановлюються балки, які формують характерну решітку. Така конструкція є жорсткою: якщо балки з'єднати шарнірно, гіперболоїдна конструкція все одно зберігатиме власну форму під дією зовнішніх сил. Такі конструкції, не дивлячись на свою кривину, будуються з прямих балок. [2]

IV. ВИСНОВКИ

Таким чином, криві та поверхні другого порядку являються основами у конструкціях архітектурних споруд 21 століття. Їх використання переслідує різноманітні цілі. В одних будівлях це стійкість досить складної габаритної конструкції. Інші споруди, завдячуючи своїй формі, оптимально вписуються у простір між стоячими поруч об'єктами. У третьому випадку архітектор, використовуючи обтічні та витончені силуети, намагається донести до суспільства яку-небудь філософську думку або вже вказує на призначення свого творіння. За допомогою математики можна досягнути краси та міцності, котрих і переслідує архітектура.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] В. А. Ильин, Г. Д. Ким. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. — М.: Проспект, 2012. — 400 с.
- [2] Архитектура математики.- М.: Знание, 1972.
- [3] В.В.Кириченко,Н.Ю.Петкевич, А.П.Петравчук Аналітична геометрія.ВПЦ "Київський університет", Навчальний посібник з грифом Міністерства освіти, 2003, 192 стор.

Practical application of mathematical modeling in Air Navigation

Ozhogina O. E

Klyus I. S.

Department of Higher Mathematics

Faculty of Transport Technologies

National aviation university,

Kyiv, Ukraine

saraleytes@gmail.com

Abstract: This paper examines the application of Petri nets formalism in aeronavigation. Model of TCAS (Traffic Alert and Collision Avoidance System) have been reviewed and considered in context with other air traffic control elements.

Keywords: Petri Nets; TCAS; Air Traffic Control

I. INTRODUCTION

It is impossible to conduct real life experiments in aviation because of their impracticality, large costs and accident rate, so the creation of mathematical models is a popular methodology of scientific works in this scope. In order to demonstrate the practical role of mathematical modeling with a help of Petri nets method we have studied the work of the Serbian researcher F. Netjasov, who created the TCAS model together with its interactions with pilots and ATC [1]. This model allows to investigate potential sources of a danger in process of air traffic control.

II. DESCRIPTION

The aim of this research is to consider a model for risk assessment of TCAS operations which allow to increase safety of ATM (Air Traffic Management) process. The specific framework, used for creation of this model is Stochastically and Dynamically Colored Petri Net (SDCPN) mathematical modeling language. It allows to describe certain process at the event level. A Petri net is a directed bipartite graph, in which the bars represent transitions, places are represented by circles and token represent an event that occurred. In order to obtain a model, it is necessary to investigate the mathematical basis of (TCAS 2 version 7.1) and considering the most important principles, construct a model of the process of behavior of this system. The main principle of TCAS operation is comparing the range and vertical criteria with threshold values. Then system makes decision about Traffic Alert(TA) or Resolution Advisory(RA) instructions[2]

THE MAIN PART

The next formula is used to determine the closest approach in the horizontal plane:

$$\tau_{h,t}^{ik} = \frac{-|x_{h,t}^{ik}|}{v_{h,t}^{i,k} * \cos(\delta_t^{ik} - \gamma_t^{ik})}$$

where: δ_t^{ik} – is the bearing of the velocity difference vector, $\delta_t^{ik} = \arctan(v_{x,t}^{ik}/v_{y,t}^{ik})$ and γ_t^{ik} – is the bearing of the position difference vector, $\gamma_t^{ik} = \arctan(x_{x,t}^{ik}/x_{y,t}^{ik})$.

At each moment t, both the vertical distance (separation) and the combined speed (vertical closing speed) between own an intruder aircraft are calculated: $\tau_{z,t}^{ik} = -(x_{z,t}^{ik}/v_{z,t}^{ik})$

If the time before the collision is less than the threshold value, there are two variants for further actions:

- a) $a = |x_{z,t+\tau(RA)}^i(up) - x_{z,t+\tau(RA)}^k(current)|$ –climbing
- b) $b = |x_{z,t+\tau(RA)}^i(down) - x_{z,t+\tau(RA)}^k(current)|$ –descending
- c) without changes.

Another necessary stage in RA mode operation is the choice of speed value. It must have minimalized effect on the trajectory, that is, it could be the minimum value, which helps to establish at least ALIM (RA) the distance between planes:

$$v_{z,t}^i = \begin{cases} v_{z,t}^i + \Delta_{z,t}^i & \text{In a case of a)} \\ v_{z,t}^i - \Delta_{z,t}^i & \text{In a case of b)} \end{cases}$$

where:

$$\Delta_{z,t}^i = [ALIM(RA) + (x_{z,t}^k + v_{z,t}^k * \tau_{RA}) - (x_{z,t}^i + v_{z,t}^i * \tau_{RA})] / \tau_{RA}$$

Finally, the condition for the last stage of the Clear of conflict. If at the moment t > t (CPA) the inequality is satisfied: $|x_{h,t'}^{ik}| > |x_{h,t}^{ik(CPA)}|$

Then «Clear of conflict» will be announced, and the TCAS encounter is terminated.

The SDCPN model for the new ACAS model are developed at two hierarchical levels. Firstly, Local Petri net for each element of system is created then it is connected into general one. There are five separate agents:

1) Own aircraft as Agent is a local Petri net contains own aircraft state, own aircraft mode S link, TCAS Processor, TCAS Processor working mode, CDTI (Cockpit Display of Traffic Information), CDTI working mode, Aural annunciation and Aural annunciation working mode.

2) Intruder aircraft mode S link is connected with Intruder aircraft state.

3) Own aircraft crew agent represents process of human activity

4) Air/Ground Communication Link demonstrates working states of connection between ATC and Crew

5) Tactical Air Traffic Controller (ATCo) as Agent represents whether ATC is responsible or not.

After creation of each Local Petri net and its connection model of interactions between agents and their corresponding LPNs for the ACAS operations is obtained:

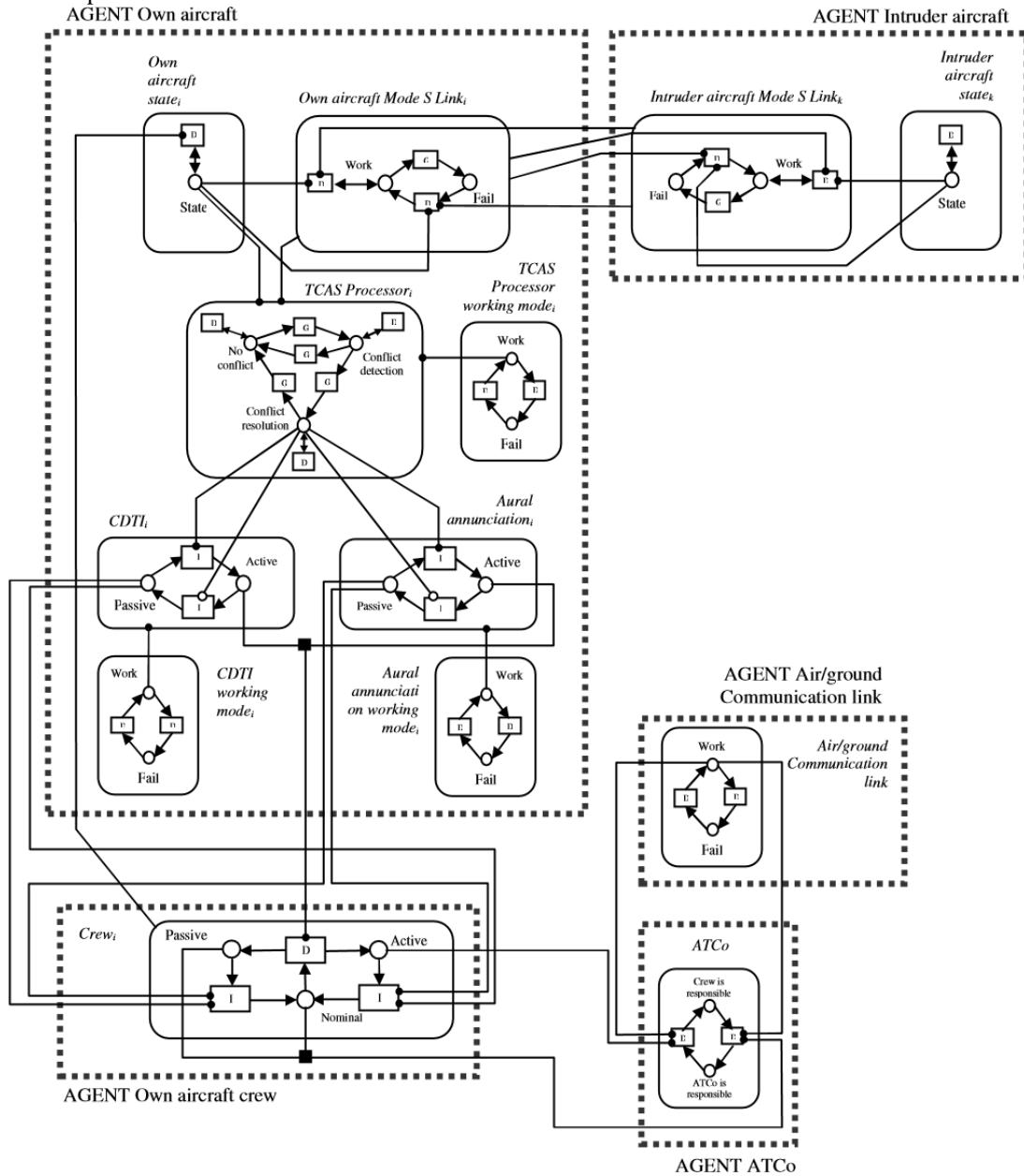


Figure 1. Interaction between agents and their corresponding LPNs for the ACAS operations

IV CONCLUSION

In this paper, a model constructed for the TCAS 2 collision avoidance system was considered. It was demonstrated that Petri nets is a very useful when there is a necessity to show complex relations existing between different system elements (humans, procedures, equipment). In this way, it allows to detect possible risk sources and to strength safety of airborne processes.

REFERENCES:

- [1] Netjasov F. Stochastically and Dynamically Coloured Petri Net Model of ACAS Operations / F. Netjasov, A. Vidosavljevic, V. Tomic. – Serbia, 2013.
- [2] Department of Transportation, Federal Aviation Administration, Introduction to TCAS II Version 7, USA, 2000.

Економіко-математична модель частки державного сектору у складі економіки

Охріменко В.В.

науковий керівник Чуб Л.О.

Факультет економіки та бізнес-адміністрування

Київ, Україна

vvokhrimenko@gmail.com

Анотація — робота присвячена розрахунку частки державного сектору у складі економіки. В роботі представлена економіко-математична модель частки державного сектору в складі економіки.

Ключові слова — державна частка, державний сектор економіки, суб'єкти господарювання, питома вага.

I. ВСТУП

Економічний ріст країни залежить від ефективної діяльності суб'єктів господарювання, частина яких є державними. Для прийняття зважених управлінських рішень, оптимізації структури державного сектору економіки та визначення його потенціалу, одним із необхідних завдань є визначення частки державного сектору у складі економіки.

II. ОСНОВНА ЧАСТИНА

Частка державного сектору у складі економіки розраховується відповідно до Методики визначення частки державного сектору у складі економіки, затвердженої наказом Міністерства економічного розвитку і торгівлі України від 20.12.2012 № 1466 [1].

За допомогою економіко-математичного моделювання можна здійснити розрахунок частки державного сектору у складі економіки, поєднавши всі розрахунки та представити у вигляді рівняння (1):

$$ПВ_m = \frac{ПВ_{КЛЛ} + ПВ_{ЧД} + ПВ_{АКТ} + ПВ_{ПР} + ПВ_{КІ}}{5}, \quad (1)$$

де $ПВ_m$ – питома вага кількості суб'єктів господарювання державного сектору економіки;

$ПВ_{КЛЛ}$ – питома вага кількості суб'єктів господарювання державного сектору економіки, %;

$ПВ_{ЧД}$ – питома вага чистого доходу від реалізації продукції (товарів, робіт, послуг) суб'єктів господарювання державного сектору економіки;

$ПВ_{АКТ}$ – питома вага середньої вартості необоротних та оборотних активів суб'єктів господарювання державного сектору економіки;

$ПВ_{ПР}$ – питома вага середньої кількості працівників суб'єктів господарювання державного сектору економіки;

$ПВ_{КІ}$ – питома вага капітальних інвестицій суб'єктів господарювання державного сектору економіки.

Всі елементи рівняння (1) ми можемо розписати у вигляді формул.

Питома вага кількості суб'єктів господарювання державного сектору економіки ми можемо представити як рівняння (2):

$$ПВ_{КЛЛ} = \frac{m}{n} \times 100\%, \quad (2)$$

де n – кількість суб'єктів господарювання всього по Україні, одиниць;

m – кількість суб'єктів господарювання державного сектору економіки, одиниць.

Питома вага чистого доходу від реалізації продукції (товарів, робіт, послуг) суб'єктів господарювання державного сектору економіки має вигляд рівняння (3):

$$ПВ_{ЧД} = \frac{\sum_{m=1}^m ЧД_m}{\sum_{n=1}^n ЧД_n} \times 100\%, \quad (3)$$

де $ЧД$ – чистий дохід від реалізації продукції (товарів, робіт, послуг).

Питома вага середньої вартості необоротних та оборотних активів суб'єктів господарювання державного сектору економіки можна представити у вигляді рівняння (4):

$$ПВ_{АКТ} = \frac{\overline{АКТ}_m}{\overline{АКТ}_n} \times 100\%, \quad (4)$$

В рівнянні (4) середню вартість необоротних та оборотних активів ми можемо розписати рівнянням (5):

$$\overline{АКТ} = \frac{([\sum ВНА_n + \sum ВНА_k]) + ([\sum BOA_n + \sum BOA_k])}{2}, \quad (5)$$

Якщо ми об'єднаємо рівняння (4) і (5), то ми отримаємо рівняння (6) вигляду:

$$\begin{aligned}
 ПВ_{\text{акт}} &= \frac{([\sum BHA_{nm} + \sum BHA_{kn}]) + ([\sum BOA_{nm} + \sum BOA_{kn}])}{2} = \\
 &= \frac{([\sum BHA_{nm} + \sum BHA_{kn}]) + ([\sum BOA_{nm} + \sum BOA_{kn}])}{([\sum BHA_{nm} + \sum BHA_{kn}]) + ([\sum BOA_{nm} + \sum BOA_{kn}])} \times 100\%,
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

де BHA_n – вартість необоротних активів на початок звітної періоду, тис.грн.;

BHA_k – вартість необоротних активів на кінець звітної періоду, тис.грн.;

BOA_n – вартість оборотних активів на початок звітної періоду, тис.грн.;

BOA_k – вартість оборотних активів на кінець звітної періоду, тис.грн.

Питому вагу середньої кількості працівників суб'єктів господарювання державного сектору економіки ми можемо представити у вигляді рівняння (7):

$$ПВ_{\text{пр}} = \frac{СКП_m}{СКП_n} \times 100\%, \tag{7}$$

де $СКП_m$ – середня кількість працівників суб'єктів господарювання державного сектору економіки

$СКП_n$ – середня кількість працівників суб'єктів господарювання всього по Україні;

Питому вагу капітальних інвестицій суб'єктів господарювання державного сектору економіки розглянемо у вигляді рівняння (8):

$$ПВ_{\text{кі}} = \frac{\sum KI_m}{\sum KI_n} \times 100\%, \tag{8},$$

де KI_m – капітальні інвестиції суб'єктів господарювання державного сектору економіки;

KI_n – капітальні інвестиції суб'єктів господарювання всього по Україні.

III. ВИСНОВКИ

Отже, при поєднанні всіх розрахункових формул, отримуємо економіко-математичну модель розрахунку питомої ваги частки державного сектору у складі економіки, яку ми представимо у вигляді рівняння (9):

$$\begin{aligned}
 ПВ_m &= \\
 &= \frac{\frac{m}{n} \times 100\% + \frac{\sum_{m=1}^m ЧД_m}{\sum_{n=1}^n ЧД_n} \times 100\%}{5} + \\
 &+ \frac{([\sum BHA_{nm} + \sum BHA_{kn}]) + ([\sum BOA_{nm} + \sum BOA_{kn}])}{([\sum BHA_{nm} + \sum BHA_{kn}]) + ([\sum BOA_{nm} + \sum BOA_{kn}])} \times 100\% + \\
 &+ \frac{\frac{СКП_m}{СКП_n} \times 100\% + \frac{\sum KI_m}{\sum KI_n} \times 100\%}{5},
 \end{aligned}
 \tag{9}.$$

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Наказ Міністерства економічного розвитку і торгівлі України від 20.12.2012 № 1466 «Про затвердження Методики визначення частки державного сектору у складі економіки», зареєстровано в Міністерстві юстиції України 14 січня 2013 р. за № 110/22642 [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/z01110-13>.

Дослідження швидкості хімічної реакції за участю трьох компонентів

Рігус Д.А.
науковий керівник: Трофименко В.І.
Кафедра вищої математики
Факультет транспортних технологій,
Національний авіаційний університет,
Київ, Україна
daniella.guba@gmail.com

Анотація — робота присвячена проблемі дослідження швидкості хімічної реакції за участю трьох компонентів. В роботі запропоновано використати частинні похідні другого порядку, досліджується функція багатьох змінних на екстремум.

Ключові слова — швидкість хімічної реакції, три компоненти реакції, частинні похідні другого порядку, екстремум функції багатьох змінних.

I. Вступ

Функції багатьох змінних широко застосовуються при розв'язуванні математичних задач, які виникають в економіці [3], теорії електромагнітного поля, в електро- і радіо механіці, теорії теплопередавання, теорії пружності, гідро- і аеромеханіці тощо. Доцільність вивчення функцій багатьох змінних обумовлена їх широким використанням і у медицині, біології, фармації [1].

II. Постановка проблеми

Хімічна реакція відбувається за участю трьох речовин із концентраціями x , y , z . В роботі досліджується швидкість хімічної реакції в довільний момент часу $v = kx^2yz$.

Ставиться задача: якими повинні бути концентрації реагентів x , y , z , щоб швидкість реакції була максимальною.

III. Основна частина

Процентні концентрації реагентів задовольняють наступну рівність:

$$x+y+z=100\%; \quad x>0; \quad y>0; \quad z>0.$$

З цього рівняння знаходимо $z=100-x-y$ і підставляємо в рівняння для швидкості реакції. Досліджуємо на екстремум отриману функцію $v = kx^2y(100-x-y)$.

Знаходимо стаціонарні точки [2]:

$$\begin{cases} V'_x = k(200xy - 3x^2y - 2xy^2) = 0 \\ V'_y = k(100x^2 - x^3 - 2x^2y) = 0 \end{cases}$$

В результаті отримаємо дві стаціонарні точки:

$$(x_1; y_1) = (0; 0);$$

$$(x_2; y_2) = (50; 25).$$

На екстремум досліджуємо тільки точку $(x_2; y_2)$, оскільки перша не відповідає змісту задачі. Знаходимо частинні похідні другого порядку.

$$v''_{x^2} = k(200y - 6xy - 2x^2);$$

$$v''_{y^2} = k(-2x^2);$$

$$v''_{xy} = k(200x - 3x^2 - 4xy);$$

$$v''_{x^2} = (50; 25) = -3750k;$$

$$v''_{y^2} = (50; 25) = -5000k;$$

$$v''_{xy} (50; 25) = -2500k.$$

Частинні похідні другого порядку в стаціонарній точці $(50; 25)$ задовольняють нерівність: $v''_{x^2} \cdot v''_{y^2} - (v''_{xy})^2 > 0$,

при цьому $v''_{x^2} (50; 25) < 0$. Тому згідно [2-4] в стаціонарній точці $(50; 25)$ досліджувана функція має максимум.

В результаті маємо: при концентрації $x=50\%$; $y=25\%$; $z=25\%$ реакція відбувається з максимальною швидкістю.

В роботі запропоновано дослідження швидкості хімічної реакції за допомогою методів теорії функції багатьох змінних.

Список використаних джерел

- [1] Бейли Н. Математика в биологии и медицине. – М.: Мир, 1970. – 326 с
- [2] Т.В.Лубенська., Л.Д Чупаха, В.І.Трофименко. Вища математика. Модуль 4. Диференціальне числення функції багатьох змінних: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 116 с.
- [3] Математика для економістів : навч. посіб. У 3 ч. Ч. 2 / І.О. Ластівка, Н.І.Затула, В.І.Трофименко [та ін.]. – К.: НАУ, 2012. – 312 с.
- [4] Trofymenko V.I. Functions of several variables: [the book of problems] // V.I. Trofymenko. – К.: NAU, 2003. — 56 p

Застосування орграфів для аналізу стійкості екосистеми

Яремчук Л.О.

науковий керівник: Петрусенко В.П.
Кафедра вищої математики,
Факультет транспортних технологій,
Національний авіаційний університет,
Київ, Україна
bestnauecologists@gmail.com

Анотація — робота присвячена розгляду проблеми стійкості екосистеми. В роботі запропоновано імпульсний метод дослідження екосистеми на стійкість. Також в роботі розглянута типова екосистема водоймища, на якій реалізується метод дослідження на стійкість за допомогою орієнтованого графа.

Ключові слова — екосистема, імпульсна процедура, орграф, стійкість.

I. Вступ

Важливою характеристикою будь-якої системи є її стійкість, тобто здатність протистояти змінам свого стану. У стійкій екосистемі малі відхилення від рівноважного стану постійно пригасають і система повертається в початковий стан або переходить в новий стаціонарний, близький до попереднього. У нестійкій системі малі флуктуації викликають коливання або катастрофічні зміни з встановленням нової рівноваги, суттєво відмінної від попередньої.

Аналіз багатокомпонентних екосистем на стійкість і прогнозування їх станів можна виконати за допомогою орієнтованих графів (орграфів), матриць суміжності та імпульсної процедури. Орграфи дозволяють описувати екосистеми з їх потоками енергії та речовин, а також причинно-наслідкові зв'язки.

II. Постановка проблеми

Для дослідження була вибрана екосистема, що задана орграфом на рис. 1

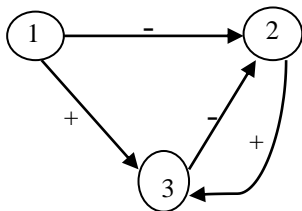


Рис.1. Орграф 3-х компонентної екосистеми

Структурними одиницями даної екосистеми є: 1- водойма, 2- біота водойми, 3 – донні відкладення.

Показники стійкості екосистеми мають бути:

1. Незмінність географічного регіону або ландшафту
2. Збереження числа видів у даному біологічному угрупованні
3. Кількість складових його популяцій не відчувають різких коливань

III. Основна частина

Дослідження екосистеми на стійкість було проведено за таким алгоритмом.

1. Побудова матриці суміжності даного графа
2. Вибір початкового стану екосистеми за допомогою вектора
3. Ініціювання однієї або декількох вершин
4. Розрахунок значень приросту в наступні моменти часу
5. Аналіз значень імітації відповідно стійкості екосистеми

Для дослідження цієї екосистеми за орграфом була побудована матриця суміжності, заданий вектор $\vec{V}(2,2,2)$ початкового стану екосистеми та проведена ініціація першої вершини імпульсом $\vec{P}(1,0,0)$.

Всі результати дослідження зведені в таблиці

Крок	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
\vec{P}_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
\vec{P}_2	0	-	-	1	1	-	-	1	1	-	-1	...
\vec{P}_3	0	1	-	-	1	1	-	-	1	1	-1	...

Як видно з таблиці, кожний стовпчик на п'ятому кроці обчислень повторюється, тобто є періодичним. Тому дана екосистема є стійкою імпульсно та абсолютно.

Список використаних джерел

- [1] Гродзинский Д.М. Надежность растительных экосистем / Д.М. Гродзинский. – К.: Наукова думка, 1983. – 367 с.
- [2] Дьяконов В.П. Maple 9 в математике, физике и образовании / В.П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004. – 688с.
- [3] Заславский Б.Г. Управление экологическими системами / Б.Г. Заславский, Р.А. Полуэктов. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. Лит., 1998. – 296 с.